УДК 517.4

ИНТЕГРАЛЬНЫЙ СТОИМОСТНОЙ КРИТЕРИЙ В УПРАВЛЕНИИ КАЧЕСТВОМ ТРУДНОФОРМАЛИЗУЕМЫХ СИСТЕМ

В. Г. Камбург, Н. Ю. Бодажков, Н. В. Агафонкина

Одними из работоспособных инструментов оценки и управления качеством системы являются, как известно, интегральные (обобщенные) критерии качества [1].

Наряду с нахождением оптимального значения стоимости и качественного состояния системы можно ставить задачи выбора рациональных путей повышения уровня качества, влиянием на выбранный фактор или группу факторов по заданной стоимости, например, решать задачу управления качеством с минимизацией затрат.

Покажем это на примере интегрального критерия в виде линейной свертки

$$Z = \sum_j \alpha_j K_j, \quad j = 1,...,l \tag{1}$$

естественного условия нормирования: $\sum_j \alpha_j = 1$, $0 \le \alpha_j \le 1 -$ весовые множители, $K_j \ge 0$ – частные критерии свойств системы для одной из оптимизационных задач создания строительных материалов, трудность формализации которой состоит в выборе экспертных оценок α_j и частных критериев K_j.

Задача 1. Найти состав компонентов $(x_1,..,x_n)$ с заданными удельными стоимостями $(c_1,...,c_n)$, обеспечивающий максимальное значение интегрального критерия Z при минимальной удельной стоимости общего состава смеси

$$S = \sum_i^n c_i x_i \tag{2}$$

и заданных ограничениях:

$$\max Z(x_1,..,x_n),\ \min S$$

$$\min x_i \le x_i \le \max x_i,\ i = 1,...,n$$

$$0 \le K_j(k_1,..,k_p) \le 1,\ j = 1,...,l$$

$$\min k_j \le k_j \le \max k_j,\ j = 1,..., p.$$

Ограничения определяются нормативными документами, экспертными оценками, приобретенным опытом и др. При такой параметризации все функции многих переменных, зависящие от составов, становятся функциями от одной стоимостной переменной S, а выражение (1) можно рассматривать как стоимостной интегральный критерий качества.

Задача 2. Обосновать принятие решений по вложению затрат заданного уровня в приращение значения определенного частного критерия или группы критериев качества для повышения общего качества системы.

Рассмотрим выражение полного дифференциала интегрального критерия в некоторой выбранной точке:

$$Z - Z_0 = \alpha_1 \left(\frac{\partial Z}{\partial K_1}\right)_0 (K_1 - K_1^0) + ... + \alpha_l \left(\frac{\partial Z}{\partial K_l}\right)_0 (K_l - K_l^0) =$$

$$= \left[\alpha_1 \left(\frac{\partial Z}{\partial K_1}\right)_0 \left(\frac{\partial K_1}{\partial S}\right)_0 + ... + \alpha_l \left(\frac{\partial Z}{\partial K_l}\right)_0 \left(\frac{\partial K_l}{\partial S}\right)_0 \right] * (S - S_0), \quad (3)$$

где нулевым индексом и без него обозначены значения параметров в фиксированной нулевой и произвольной точках. K_j – шкалированные коэффициенты j-го свойства материала, зависящие от частных критериев качества $k_i = k_i(x_1,...,x_n),\ i = 1,...,p$, $\left(\frac{\partial Z}{\partial K_l}\right)_0, \left(\frac{\partial K_l}{\partial S}\right)_0$ – соответствующие частные производные от свойств и стоимости.

Шкалирование производится либо из экспериментальных данных по стандартным методикам (что предпочтительнее, но не всегда возможно) [2], либо с использованием экспертных оценок и функции Харрингтона (как правило, ввиду отсутствия более обоснованных данных) [3]. Численное значение Z характеризует состояние системы, а его выражение (3) позволяет анализировать влияние каждого из факторов на изменение критерия качества при изменении удельной стоимости частного фактора на величину удельной стоимости S–S_0 и оценивать его стоимостной вклад в общее значение критерия при условии роста. Условие роста $Z - Z_0 \geq 0$.

В линейном приближении из полного приращения для выбранной стадии состояния $K_1^0,...,K_l^0$ согласно (3)

$$Z = Z_0 + \left[\alpha_1 \left(\frac{\partial Z}{\partial K_1}\right)_0 \left(\frac{\partial K_1}{\partial S}\right)_0 + ... + \alpha_l \left(\frac{\partial Z}{\partial K_l}\right)_0 \left(\frac{\partial K_l}{\partial S}\right)_0 \right] * (S - S_0). \quad (4)$$

Таким образом, переход системы из одной стадии состояния с независимыми частными характеристиками $K_1^0, ..., K_l^0$ в другое, с характеристиками $K_1, ..., K_l$, можно проанализировать как изменение общего критерия Z, так и изменение вкладов каждого из частных факторов.

Для прогноза изменения стадии состояния системы рассмотрим влияние каждого из частных факторов на ее поведение. При этом частные приращения шкалированных единиц, легко приводимых к реальным размерным физическим единицам через обратные взаимно-однозначные преобразования, характеризуют уровень необходимых финансовых затрат для перевода системы в качественно лучшее состояние. Сравнительным анализом приращений частных факторов и или группы факторов можно выбрать больший рост общего критерия с меньшими затратами, что позволяет управлять процессом выбора рациональных путей повышения качества системы.

Алгоритм такого выбора включает следующие основные стадии:

1) определение частных производной от интегрального критерия и составляющих от полученной эмпирической (МНК) зависимости Kj или функции Харрингтона от состава и удельной стоимости S;

2) выбор вектора желательного изменения признака Kj для текущего состояния интегрального критерия Z_0 в состояние Z;

3) определение затрат на перевод системы в очередное состояние качества с использованием значений стоимости для таких изменений.

Практическое применение указанного алгоритма позволяет оценить общее состояние системы, находящейся под управляемым воздействием, обосновать способ улучшения и выбрать рациональные пути перевода ее в более качественное состояние.

Эффективность применения такого подхода будет зависеть от обоснованности выбранного интегрального критерия качества и методов численного решения оптимизационной задачи (1)–(2).

Заметим, что если удается связать свойства системы и ее качества непосредственно со стоимостью, то алгоритм нахождения максимума критерия формализуется вместе с анализом частных производных, например для вышеупомянутых задач строительства, из (3) несложно получить

$$Z = Z_0 + \left[\alpha_1 \left(\frac{\partial Z}{\partial K_1} \right)_0 \left(\frac{\partial K_1}{\partial S} \right)_0 + \ldots + \alpha_l \left(\frac{\partial Z}{\partial K_l} \right)_0 \left(\frac{\partial K_l}{\partial S} \right)_0 \right] (S - S_0) =$$

$$= Z_0 + \left[\alpha_1 \left(\frac{\partial Z}{\partial K_1} \right)_0 \sum_i^n \left(\frac{1}{C_i} * \left(\frac{\partial K_1}{\partial X_i} \right)_0 \right) + \ldots + \alpha_l \left(\frac{\partial Z}{\partial K_l} \right)_0 \sum_i^n \left(\frac{1}{C_i} * \left(\frac{\partial K_l}{\partial X_i} \right)_0 \right) \right] (S - S_0). \quad (5)$$

Отсюда видно, что каждый из членов несет содержательный смысл при переходе в очередное состояние системы на единицу удельной стоимости и может быть проанализирован с рекомендациями для содержательного решения поставленной задачи.

Пример практической реализации данного подхода в виде задачи 1 подробно рассмотрен авторами [4].

Ключевым звеном предложенного алгоритма является задача (2) определения оптимального состава x_i^0 при заданных стоимостях c_i и ограничениях. Таким образом, для найденного оптимального S^0 на первом этапе решения задачи необходимо определить соответствующие оптимальные значения x_i^0. Сводя эту задачу к задаче квадратичного программирования

$$F(x) = (S^0 - \sum_i^n c_i x_i)^2, \quad (6)$$

можно утверждать, что она имеет единственное решение. Мы отдаем себе отчет, что в силу вида целевой функции минимизации, а также возможной ее «овражистости» многое зависит от начальных приближений [5], поэтому в выборе начальных приближений использовали различные варианты. Учитывая характерные значения для S^0 и ограничения, необходимо получить реальные практические оценки для устойчивости коридоров погрешностей в находимых x_i в зависимости от погрешностей и ограничений входных данных. Для этого нами использовался классический подход имитационного моделирования [6], использованный авторами в решении задач строительства. В качестве модельных выбиралось следующее: уравнение (2), значения стоимости $0{,}1 \le S \le 0{,}5$ с ограничениями $\min x_i \le x_i \le \max x_i$ и значениями c_i (табл. 1), характерными для реальных многокомпонентных систем:

$$5 < x_0 < 35;\ 0{,}5 < x_1 < 10;\ 55 < x_2 < 70;$$

$$0{,}05 < x_3 < 2;\ 0{,}55 < x_4 < 0{,}8;\ 17 < x_5 < 20;\ 0{,}1 < x_6 < 1. \quad (7)$$

Таблица 1

Цены компонентов

Компоненты	Цена
Известь, кг	5
ГСК, кг	13
Песок, кг	0,15
С-3, кг	49
Neolith, кг	75
Наполнитель: кг желтый синий	 175 230

Точные модельные значения x_i в уравнении (2) и ограничениях (7) «портились» на 3, 5, 10, 20, 30 %, затем по «испорченным» данным находились восстановленные значения компонентов. Далее подсчитывались среднее значение $\bar{X}$ и относительный эмпирический стандарт:

$$\bar{X} = \frac{\sum_i^n X}{n}, \quad \bar{S} = \frac{\sqrt{\frac{\sum_i^n (\bar{X} - X)^2}{n-1}}}{\bar{X}}, \tag{8}$$

n – количество серий расчетов; X – восстановленные значения компонентов.

Для оценки погрешности оптимальных компонентов смеси брался конкретный пример, условной стоимостью S = 0,254 на 100 г навески. С заданными ограничениями по компонентам

$$15 < x_0 < 22;\ 0,9 < x_1 < 5;\ 59.1 < x_2 < 62;$$

$$0,13 < x_3 < 1,5;\ 0,63 < x_4 < 0,64;\ 18,8 < x_5 < 19,9;\ 0,15 < x_6 < 0,75 \tag{9}$$

и точным начальным приближением x_i

$$x_1 = 15,24,\ x_2 = 4,57,\ x_2 = 59,45,\ x_3 = 0,14,\ x_4 = 0,64,\ x_5 = 19,81,\ x_6 = 0,15.$$

Далее с помощью функции *rnd* среды *MathCad* начальное приближение x_i «портилось» на 3, 5, 10, 20, 30 % и просчитывалось 1000 раз. Из полученных результатов подсчитывались среднее значение $\bar{X}$ и относительный эмпирический стандарт (рис. 1, 2).

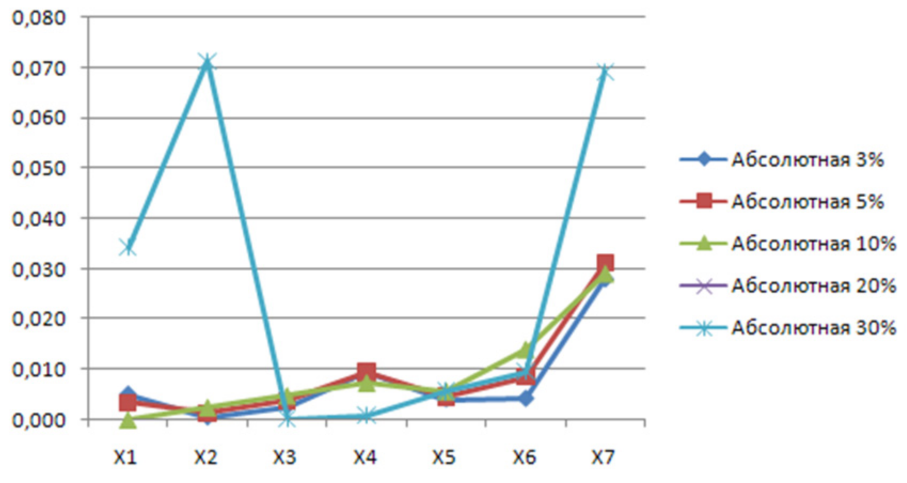

Рис. 1. Среднее имитационное значение $\bar{X}$ выборки n = 1000

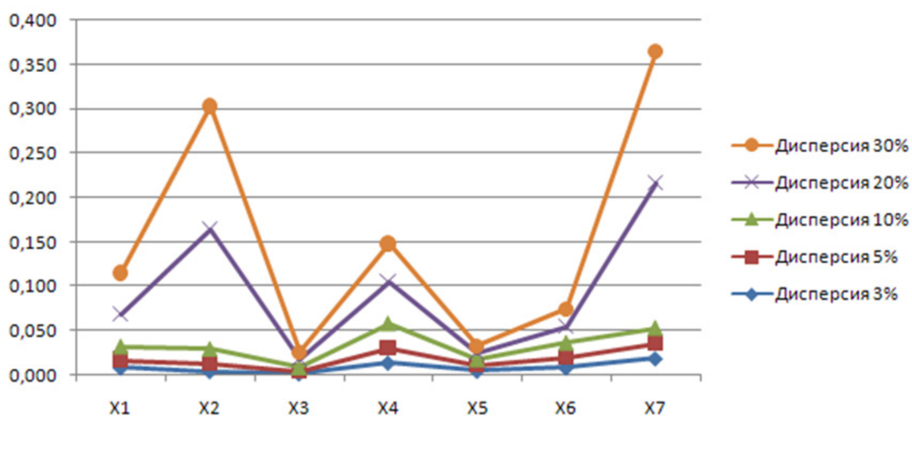

Рис. 2. Относительный эмпирический стандарт n = 1000

Для более детального анализа выберем компоненты x_i, которые имеют максимальные, минимальные и средние значения (рис. 3, 4).

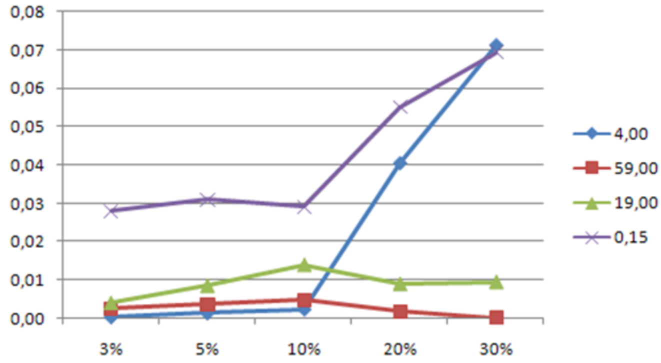

Рис. 3. Среднее имитационное значение $\overline{X}$ выборки n = 1000

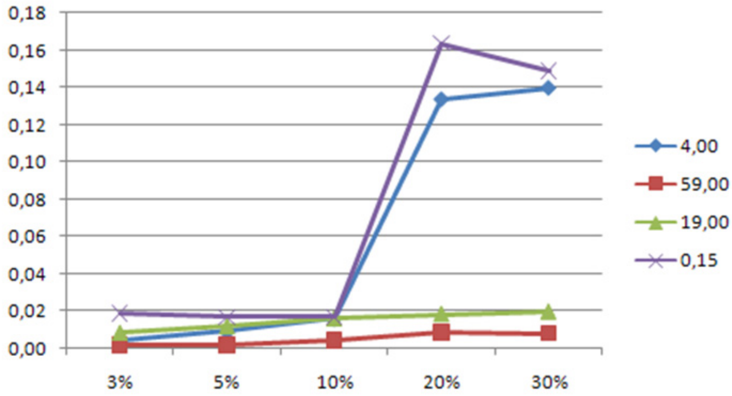

Рис. 4. Относительный эмпирический стандарт n = 1000

По графикам можно определять погрешность оценок содержания компонентов x_i при различных погрешностях начальных приближений (3, 5, 10, 20, 30 %).

Несмотря на большую начальную погрешность, конечные результаты варьируются в пределах 7 % по средним значениям $\overline{X}$ и до 16 % относительного эмпирического стандарта, это связано с тем, что допустимый диапазон содержательных ограничений на компонентный состав, меньший имитационной погрешности [7].

Для выбранного нами реального значения состава (0,254) и ограничений (7) были получены следующие значения (табл. 2).

Таблица 2

Полученные компоненты

Известь, %	ГСК, %	Песок, %	С-3, %	Neolith, %	H20, %	Наполнитель, %	Стоимость, удельных ед.
15,276	4,578	59,466	0,14	0,64	19,822	0,15	0,254

Предложенный подход и приведенные примеры относятся к строительной сфере, но может быть использован при рассмотрении социально-экономических систем, где количественными оценками факторов, как правило, являются экспертные оценки.

Список литературы

1. Камбург, В. Г. Об управлении качеством в задачах строительства по результатам оптимизации интегрального стоимостного критерия / В. Г. Камбург, Н. Ю. Бодажков, Н. В. Агафонкина // Труды Междунар. симп. Надежность и качество. – 2015. – Т. 2. – С. 176–177.

2. Ахназарова, С. Л. Методы оптимизации эксперимента в химической технологии / С. Л. Ахназарова, В. В. Кафаров. – 2-е изд., доп. и перераб. – М. : ВШ, 1985. – 166 с.
3. Бубнов, Е. А. Шкалирование входной информации в корабельных системах информационной поддержки / Е. А. Бубнов, Д. А. Скороходов // Вахтенный журнал. – 2007. – № 12.
4. Камбург, В. Г. Оптимизация состава сухих строительных смесей с учетом их стоимости / В. Г. Камбург, В. И. Логанина, Н. Ю. Бодажков, Л. В. Макарова // Известия вузов. Строительство. – 2014. – № 6. – С. 44–50.
5. Пшеничный, Б. Н. Численные методы в экстремальных задачах / Б. Н. Пшеничный, Ю. М. Данилин. – М. : Наука, 1975. – С. 320.
6. Строгалев, В. П. Имитационное моделирование / В. П. Строгалев, И. О. Толкачева. – М. : МГТУ им. Баумана, 2008. – С. 697–737.
7. Камбург, В. Г. Исследование надежности оценок оптимальных значений параметров стоимостного интегрального критерия качества методами имитационного моделирования / В. Г. Камбург, Н. Ю. Бодажков // Труды Междунар. симп. Надежность и качество. – 2015. – Т. 2. – С. 174–175.

Камбург Владимир Григорьевич
доктор технических наук, профессор,
кафедра информационно-вычислительных систем,
Пензенский государственный университет
архитектуры и строительства
(440028, Россия, г. Пенза, ул. Германа Титова, 28)
E-mail: kamburg@rambler.ru, Npo-org@yandex.ru

Kamburg Vladimir Grigor'evich
doctor of technical sciences, professor,
sub-department of information and computing systems,
Penza State University of Architecture and Construction
(440028, 28 German Titov street, Penza, Russia)

Бодажков Никита Юрьевич
аспирант,
Пензенский государственный университет
архитектуры и строительства
(440028, Россия, г. Пенза, ул. Германа Титова, 28)
E-mail: kamburg@rambler.ru

Bodazhkov Nikita Yur'evich
podtgraduate student,
Penza State University of Architecture and Construction
(440028, 28 German Titov street, Penza, Russia)

Агафонкина Наталья Викторовна
кандидат технических наук, доцент,
кафедра управления качеством
и технологий строительного производства,
Пензенский государственный университет
архитектуры и строительства
(440028, Россия, г. Пенза, ул. Германа Титова, 28)
E-mail:kamburg@rambler.ru

Agafonkina Natal'ya Viktorovna
candidate of technical sciences, associate professor,
sub-department of construction technology
and quality control of production,
Penza State University of Architecture and Construction
(440028, 28 German Titov street, Penza, Russia)

Аннотация. В работе предложен новый подход к описанию и оптимизации интегрального критерия качества выбранных свойств системы методами нелинейного программирования, где в качестве параметризации выбираются стоимостные характеристики. Приведены примеры постановок задач и алгоритмы их решения для получения оптимальных по стоимости сухих строительных смесей, удовлетворяющих заданным техническим требованиям по их свойствам и устойчивость системы к погрешностям входных данных. Приводится обоснование критериальных соотношений для нахождения рациональных путей их улучшения.

Ключевые слова: шкалирование, интегральный критерий качества, стоимостная параметризация, минимизация, задача с ограничениями, рациональные пути.

Abstract. In this paper we propose a new approach to the description and optimization of integrated quality criterion is selected, the system properties by methods of nonlinear programming, where the parameterization of selected cost characteristics. Examples of formulations of problems and their solution algorithms to obtain the optimal cost of dry building mixtures meeting the specified technical requirements on their properties and the stability of the system to inaccuracies of the input data. Justification of criterion ratios for finding rational ways of their improvement.

Key words: scaling, the integral criterion of quality, cost parameterization, minimization, task constraints, rational way.

УДК 517.4
Камбург, В. Г.
Интегральный стоимостной критерий в управлении качеством трудноформализуемых систем / В. Г. Камбург, Н. Ю. Бодажков, Н. В. Агафонкина // Надежность и качество сложных систем. – 2015. – № 4 (12). – С. 79–84.